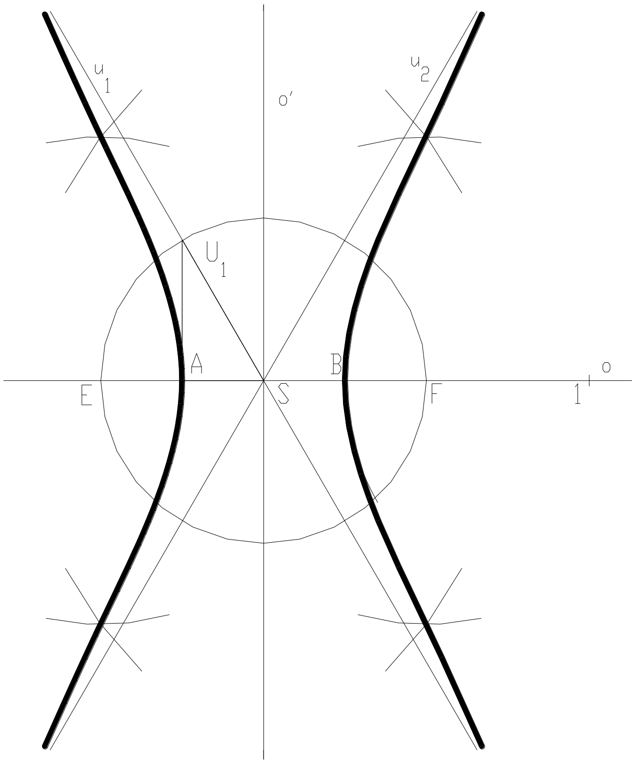
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název a adresa školy:	Střední škola průmyslová a umělecká, Opava, příspěvková organizace, Praskova 399/8, Opava, 746 01
IČO:	47813121
Projekt:	OP VK 1.5
Název operačního programu:	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Typ šablony klíčové aktivity:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (20 vzdělávacích materiálů)
Název sady vzdělávacích materiálů:	**TEK I IT**
Popis sady vzdělávacích materiálů:	Technické kreslení I pro obor IT, 1. ročník
Sada číslo:	**F–16**
Pořadové číslo vzdělávacího materiálu:	**17**
Označení vzdělávacího materiálu: (pro záznam v třídní knize)	VY_32_INOVACE_F–16–17
Název vzdělávacího materiálu:	**Ohnisková definice hyperboly**
Zhotoveno ve školním roce:	2011/2012
Jméno zhotovitele:	Mgr. Zuzana Vildomcová

Ohnisková definice hyperboly

Hyperbola je množina bodů **M** roviny, které mají konstantní rozdíl vzdáleností od dvou pevných bodů **E, F** (ohnisek), menší než jejich vzdálenost.

Matematicky lze tuto definici vyjádřit takto: $\left||\mathbf{ME}| - |\mathbf{MF}|\right| = \mathbf{2a.}$



Obrázek: Hyperbola.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Pojmy a označení

o, o´ hlavní, vedlejší osa hyperboly;

S střed hyperboly;

A, B vrcholy hyperboly;

E, F ohniska hyperboly;

M obecný bod hyperboly.

u_1, u_2 asymptoty hyperboly.

Asymptoty jsou přímky, ke kterým se hyperbola přibližuje, ale nikdy se jich nedotkne, říká se jim „tečny v nekonečnu“. Objevují se v případě různých křivek, nejen u hyperboly.

Rozměry hyperboly

- $\mathbf{a} = |\mathbf{SA}| = |\mathbf{SB}|$ hlavní poloosa = vzdálenost hlavních vrcholů od středu hyperboly;
- $\mathbf{b} = |\mathbf{AU}_1| = |\mathbf{AU}_2|$ vedlejší poloosa, její délka vyplývá z charakteristického trojúhelníku hyperboly, viz. dále;
- $\mathbf{e} = |\mathbf{SE}| = |\mathbf{SF}|$ ohnisková vzdálenost, výstřednost, excentricita = vzdálenost ohnisek od středu hyperboly.

Rozměry jsou stranami tzv. charakteristického trojúhelníku hyperboly, např. $\Delta\mathbf{ASU}_1$. Charakteristický trojúhelník hyperboly je pravoúhlý a platí v něm Pythagorova věta ve tvaru $\mathbf{e}^2 = \mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2$, nejdelším rozměrem je teda excentricita **e**. Hyperbola je jednoznačně určena dvojicí svých rozměrů, třetí rozměr je jimi určený a lze jej sestrojit.

Bodová konstrukce hyperboly podle definice

Hyperbola je určena hlavní poloosou **a** a excentricitou **e**.

1) Narýsujeme osový kříž se středem **S**. Na hlavní ose vyznačíme hlavní vrcholy **A, B** (jejich vzdálenost od středu **S** je rovna hlavní poloose a) a ohniska **E, F** (jejich vzdálenost od středu ***S*** je rovna excentricitě ***e***).

2) Ohnisky **E, F** narýsujeme pomocnou kružnici se středem **S**. Ve vrcholu **A** vztyčíme kolmici, která protíná pomocnou kružnici v bodech **U_1, U_2.** Spojením těchto bodů se středem **S** hyperboly dostaneme její asymptoty **u_1, u_2.** Asymptoty mají pro hyperbolu obrovský význam. Přestože zatím známe pouze dva body hyperboly (vrcholy), můžeme již nyní podle sklonu asymptot odhadnout tvar hyperboly.

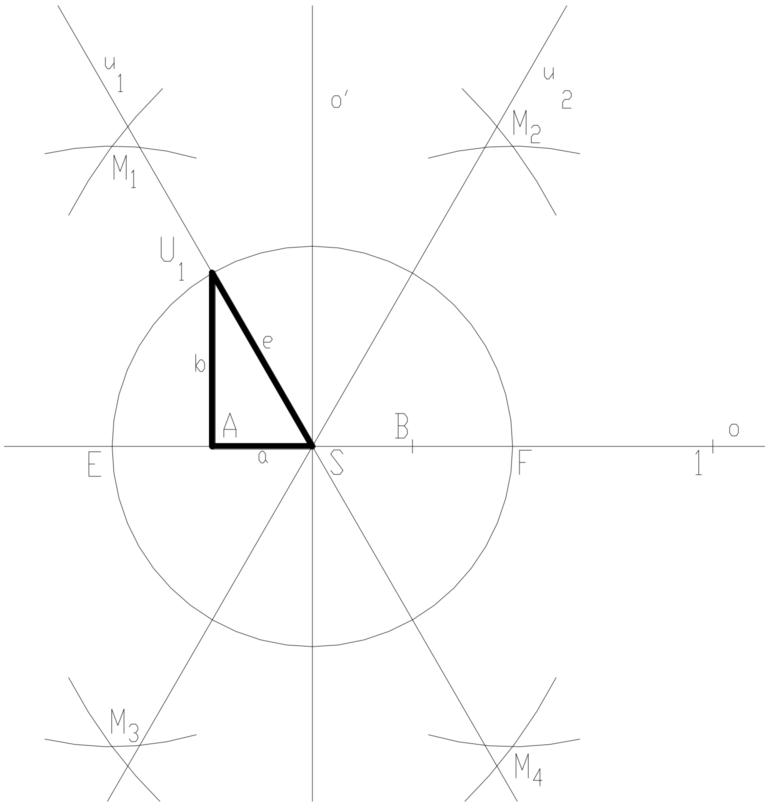
3) Zvolíme libovolný tzv. dělící bod tak, aby byl od středu **S** vzdálenější než ohnisko **F**, označíme ho číslem **1**. Pro tento bod platí vztah $|\mathbf{A1}| - |\mathbf{1B}| = \mathbf{2a}$, proto jej dále využijeme pro konstrukci bodů hyperboly.

4) Do kružítka odměříme velikost úsečky $|\mathbf{A1}|$, zapíchneme jej postupně do obou ohnisek a nakreslíme oblouk kružnice v místech, kde očekáváme body hyperbol, ve výseku určeném asymptotami. $|\mathbf{A1}|$ je větší z obou úseček, proto rýsujeme kružnice v opačné polorovině ohraničené vedlejší osou, než ve které leží střed dané kružnice (ohnisko).

5) Do kružítka odměříme velikost úsečky $|\mathbf{1B}|$, opět zapíchneme postupně do obou ohnisek. Narýsujeme oblouky kružnice tak, aby protínaly oblouky kružnic z bodu 4). Tentokrát je úsečka $|\mathbf{1B}|$ ta kratší, proto rýsujeme kružnice ve stejné polorovině, ve které leží střed každé kružnice (ohnisko).

6) Pro průsečíky sestrojené v bodě 5) platí, že jejich vzdálenost od jednoho ohniska je rovna $|\mathbf{A1}|$ a od druhého ohniska $|\mathbf{1B}|$. Jejich rozdíl je roven **2a**, splňují definici hyperboly a jedná se tedy o body hyperboly. Z dělícího bodu **1** takto díky souměrnosti elipsy sestrojíme 4 body hyperboly.

7) Další body hyperboly získáme zvolením dalších dělících bodů **2, 3** … a zopakováním konstrukce podle bodů 3) až 6).

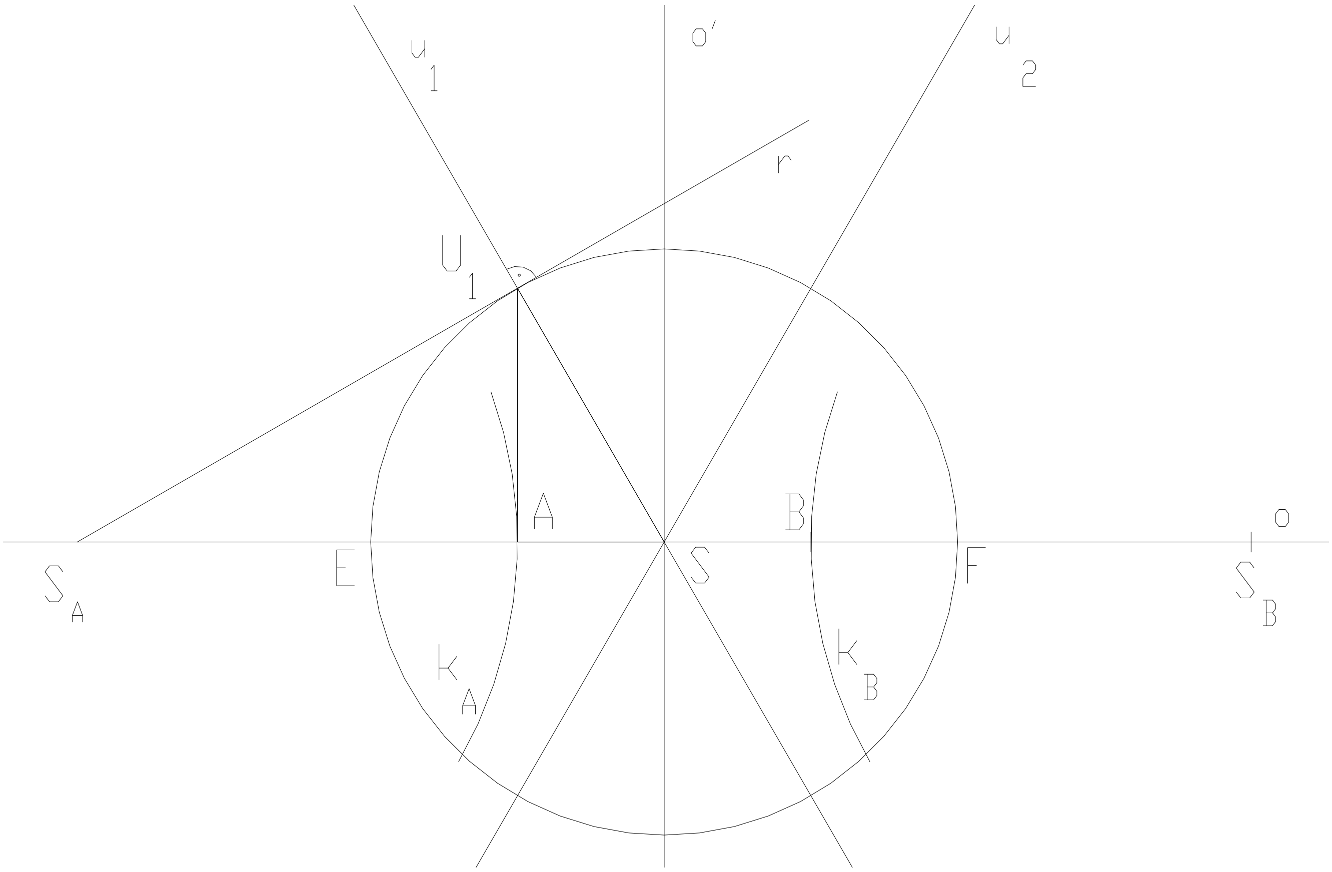


Obrázek: Konstrukce bodů hyperboly podle definice.

Námět k zamyšlení: vyjmenujte všechny možnosti zadání hyperboly. Jak v těchto případech sestrojíte vrcholy, ohniska a asymptoty hyperboly?

Hyperoskulační kružnice hyperboly

1) V bodě $\mathbf{U_1}$ sestrojíme přímku **r**, která je kolmá k asymptotě $\mathbf{u_1}$.
2) Průsečík přímky **r** s hlavní osou **o** je střed $\mathbf{S_A}$ hyperoskulační kružnice $\mathbf{k_A}$ pro vrchol **A**, poloměr této kružnice je roven $|\mathbf{AS_A}|$.
3) Střed $\mathbf{S_B}$ a kružnici $\mathbf{k_B}$ sestrojíme použitím středové souměrnosti se středem **S**.



Obrázek: Hyperoskulační kružnice hyperboly.

Při rýsování hyperboly se bodová konstrukce (při vhodném počtu dělících bodů) kombinuje s použitím hyperoskulačních kružnic.

Seznam použité literatury

- ŠVERCL, J., LEINVEBER J. a kol.: *Technické kreslení a základy deskriptivní geometrie.* Praha: Scientia, 1999. ISBN 80-7183-162-X.