

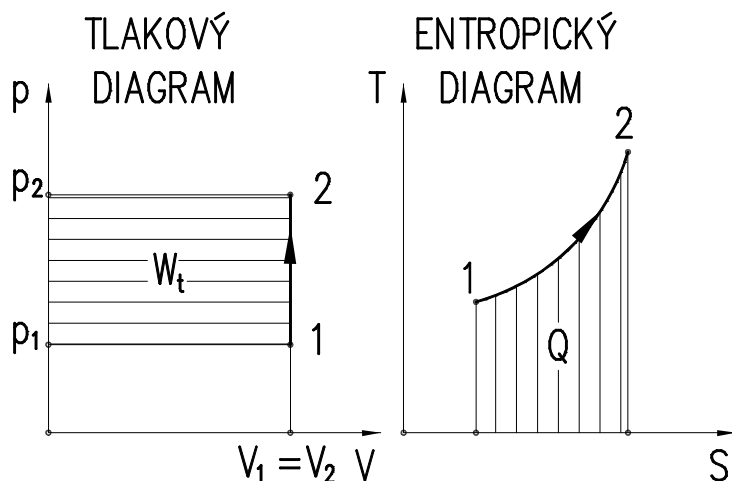
Název a adresa školy:	Střední škola průmyslová a umělecká, Opava, příspěvková organizace, Praskova 399/8, Opava, 746 01
Název operačního programu:	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, oblast podpory 1.5
Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0129
Název projektu	SŠPU Opava – učebna IT
Typ šablony klíčové aktivity:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (20 vzdělávacích materiálů)
Název sady vzdělávacích materiálů:	MEC IIIb
Popis sady vzdělávacích materiálů:	Mechanika III – hydrodynamika a termomechanika, 3. ročník.
Sada číslo:	G-21
Pořadové číslo vzdělávacího materiálu:	13
Označení vzdělávacího materiálu: (pro záznam v třídní knize)	VY_32_INOVACE_G-21-13
Název vzdělávacího materiálu:	Vratné změny stavu ideálního plynu
Zhotoveno ve školním roce:	2011/2012
Jméno zhotovitele:	Ing. Iva Procházková

Vratné změny stavu ideálního plynu

Vratné změny stavu jsou ideální změny, u kterých předpokládáme, že v každém okamžiku je ideální plyn v rovnovážném stavu – v celém objemu má stejné stavové veličiny.

Změna za stálého objemu – izochorická ($V = \text{konst.}$)

Izochorický ohřev plynu:



$$p \cdot V = m \cdot r \cdot T$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = m \cdot r = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$V_1 = V_2 = V$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \text{ nebo } \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Tlak i teplotu udáváme v absolutních hodnotách.

Jednorázová práce $W = 0$

$W_t = (p_1 - p_2) \cdot V$ Při ohřevu je W_t záporná, musíme ji dodat, při ochlazování je W_t kladná, získaná.

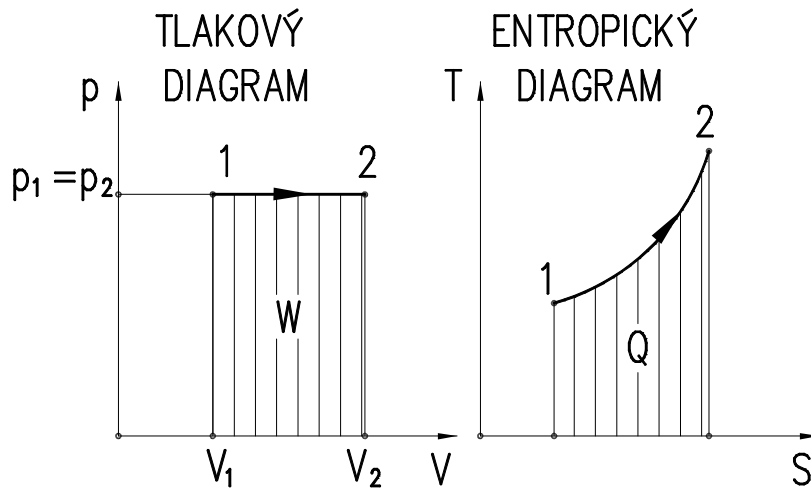
$$U_2 - U_1 = Q - W$$

$$W = 0$$

$$\text{Přivedené teplo } Q = \Delta U = m \cdot c_v \cdot \Delta T$$

$$q = c_v \cdot \Delta T = c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

Změna za stálého tlaku – izobarická ($p = \text{konst.}$)



$$p_1 = p_2 = \text{konst} = p$$

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \text{nebo} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

absolutní práce:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1)$$

technická práce $W_t = 0$

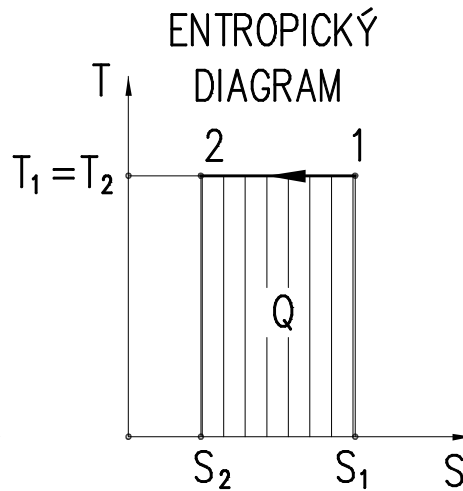
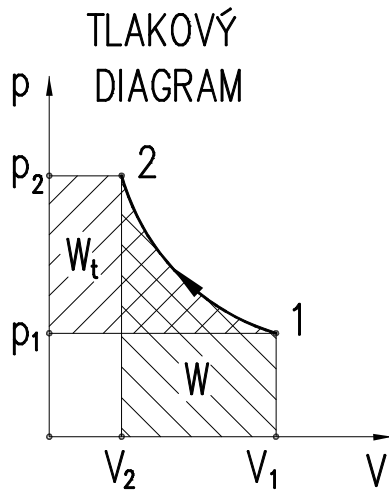
$$I_2 - I_1 = Q - W_t$$

$$Q = I_2 - I_1 = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

Přivedené teplo:

$$q = i_2 - i_1 = c_p \cdot (T_2 - T_1)$$

Změna za stálé teploty – izotermická ($T = \text{konst.}$)



Tato změna je v $p - V$ diagramu je znázorněna rovnoosou hyperbolou. Čím nižší je teplota, tím více se izoterma přibližuje osám p, V .

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = \text{konst}$$

Entalpie $\Delta I = c_p \cdot m \cdot \Delta T$

Vnitřní energie $\Delta U = c_v \cdot m \cdot \Delta T$

$$\Delta T = 0 \text{ protože } T = \text{konst.}$$

$$I_2 - I_1 = Q - W_T \rightarrow 0 = Q - W_T \rightarrow Q = W_t$$

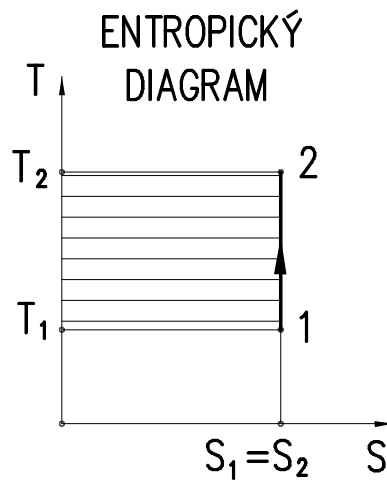
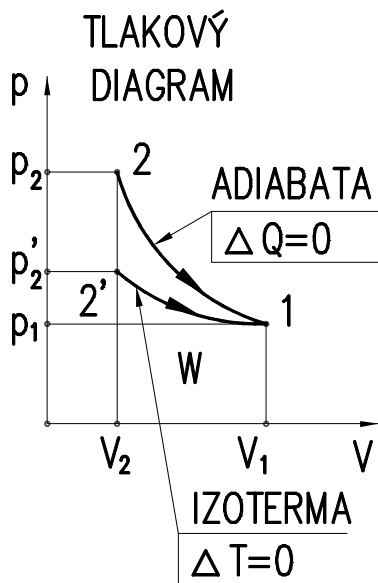
$$U_2 - U_1 = Q - W \rightarrow 0 = Q - W \rightarrow Q = W$$

$$\text{Potom: } W = W_t = Q = m \cdot r \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = m \cdot r \cdot T \cdot 2,3 \cdot \log \frac{V_2}{V_1} = 2,3 \cdot m \cdot r \cdot T \cdot \log \frac{p_1}{p_2}$$

Při izotermické kompresi je práce i teplo záporné, při izotermické expanzi kladné.

Změna bez výměny tepla s okolím – izoentropická (adiabatická) – $\Delta q = 0$

Adiabatická změna stavu je změna bez výměny tepla s okolím. Za takové změny považujeme změny, které probíhají velmi rychle. V praxi většina kompresí a expanzí v tepelných strojích. Rovnici adiabatické změny můžeme odvodit jen za použití vyšší matematiky. V $p - V$ diagramu je adiabata znázorněna hyperbolou vyššího řádu.



$$p \cdot V^\kappa = konst$$

$$p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\kappa \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

Základní rovnice ideálního plynu:

$$p \cdot V = m \cdot r \cdot T \rightarrow p = \frac{m \cdot r \cdot T}{V}$$

$$p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa$$

$$\frac{m \cdot r \cdot T_1}{V_1} \cdot V_1^\kappa = \frac{m \cdot r \cdot T_2}{V_2} \cdot V_2^\kappa$$

$$T_1 \cdot V_1^{\kappa-1} = T_2 \cdot V_2^{\kappa-1} \rightarrow$$

$$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1}}$$

$$\boxed{\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}}$$

Podobně:

$$V = \frac{m \cdot r \cdot T}{p}$$

$$p_1 \cdot \left(\frac{m \cdot r \cdot T_1}{p_1}\right)^\kappa = p_2 \cdot \left(\frac{m \cdot r \cdot T_2}{p_2}\right)^\kappa$$

$$\frac{p_1 \cdot T_1^\kappa}{p_1^\kappa} = \frac{p_2 \cdot T_2^\kappa}{p_2^\kappa}$$

$$\frac{T_1^\kappa}{p_1^{\kappa-1}} = \frac{T_2^\kappa}{p_2^{\kappa-1}}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa}$$

Vztah pro absolutní a technickou práci můžeme odvodit z rovnice prvního zákona termodynamiky.

Pro adiabatickou změnu platí: vnitřní energie $q = \frac{Q}{m} = 0$

$$u_2 - u_1 = \overset{=0}{q} - w, \quad u = c_v \cdot \Delta T, \quad c_v = \frac{r}{\kappa - 1}$$

$$w = u_1 - u_2 = c_v \cdot (T_1 - T_2)$$

$$w = \frac{r}{\kappa - 1} \cdot (T_1 - T_2) = \frac{r \cdot T_1}{\kappa - 1} \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

Vztah pro absolutní práci 1 kg plynu:

$$w = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot r \cdot T_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

Pro konkrétní množství plynu:

$$W = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot m \cdot r \cdot T_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

Podle toho, které stavové veličiny známe, můžeme za výraz $m \cdot r \cdot T_1$ dosadit $p_1 \cdot V_1$ a za poměr

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}, \text{ potom získáme např. vztah:}$$

$$W = \frac{1}{\kappa - 1} \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]$$

Stejným způsobem můžeme odvodit vztah pro technickou práci:

$$i_2 - i_1 = q - w_t = 0 - w_t = -w_t \quad w_t = 0$$

$$(i = c_p \cdot T)$$

$$w_t = i_1 - i_2 = c_p \cdot (T_1 - T_2); \quad c_p = \kappa \cdot c_v = \frac{\kappa \cdot r}{\kappa - 1}$$

$$w_t = \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot r \cdot T_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$W_t = \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot m \cdot r \cdot T_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$W_t = \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)$$

Př.: Pístový kompresor adiabaticky ($\Delta Q = 0$) stlačuje $1 \text{ m}^3/\text{s}$ vzduchu z tlaku $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$ na tlak $p_2 = 0,5 \text{ MPa}$. Určete teplotu T_2 po stlačení, je-li původní teplota $T_1 = 20 \text{ °C} = 293 \text{ K}$ a výkon hnacího elektromotoru.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \rightarrow T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \overbrace{293}^{273+20} \cdot \left(\frac{0,5}{0,1}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 464 \text{ K} = 191 \text{ °C}$$

$$m \cdot r \cdot T_1 = p_1 \cdot V_1$$

$$P = \frac{W_t}{t} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot m \cdot r \cdot T_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{\kappa}{\kappa-1} \cdot p_1 \cdot V_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{\overbrace{\kappa}^{=1,4}}{\kappa-1} \cdot 0,1 \cdot 10^6 \cdot \overset{\frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{1} \cdot \left(1 - \frac{464}{293}\right) = -204266 \text{ W}$$

– znamená, že práce byla spotřebovaná.

Seznam použité literatury:

- MRŇÁK L. – DRDLA A.: *MECHANIKA – Pružnost a pevnost pro střední průmyslové školy strojnické*. Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA II – Kinematika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA III – Dynamika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- JULINA M., KOVÁŘ J., VENCLÍK V., *MECHANIKA IV – Mechanika tekutin a termomechanika pro střední průmyslové školy strojnické*, Praha: SNTL, 1977.
- TUREK, I., SKALA, O., HALUŠKA J.: *MECHANIKA – Sbírka úloh*. Praha: SNTL, 1982.
- LEINVEBER, J. – VÁVRA, P.: *Strojnické tabulky*. 5. doplněné vydání. Praha: Albra, 2011. ISBN 80-7361-033-7.