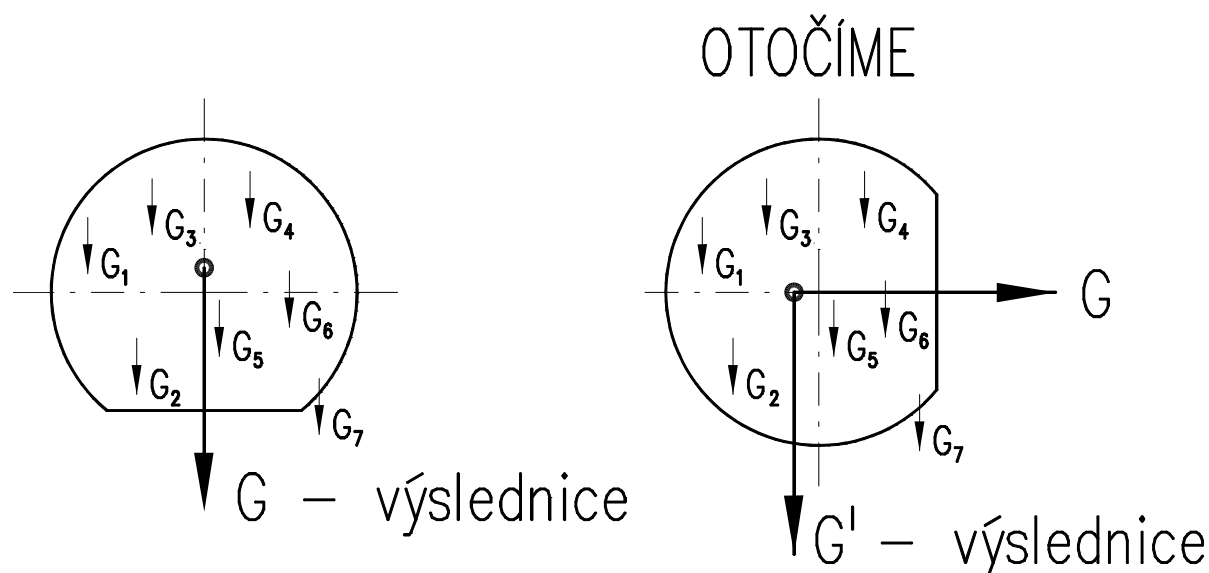


Název a adresa školy:	Střední škola průmyslová a umělecká, Opava, příspěvková organizace, Praskova 399/8, Opava, 746 01
Název operačního programu:	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, oblast podpory 1.5
Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0129
Název projektu	SŠPU Opava – učebna IT
Typ šablony klíčové aktivity:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky směřující k rozvoji odborných kompetencí žáků středních škol (20 vzdělávacích materiálů)
Název sady vzdělávacích materiálů:	<b>MEC I</b>
Popis sady vzdělávacích materiálů:	Mechanika I, 1. ročník
Sada číslo:	<b>G-19</b>
Pořadové číslo vzdělávacího materiálu:	<b>19</b>
Označení vzdělávacího materiálu: (pro záznam v třídní knize)	VY_32_INOVACE_G-19-11
Název vzdělávacího materiálu:	<b>Těžiště čar a ploch</b>
Zhotoveno ve školním roce:	2011/2012
Jméno zhotovitele:	Ing. Iva Procházková

## Těžiště

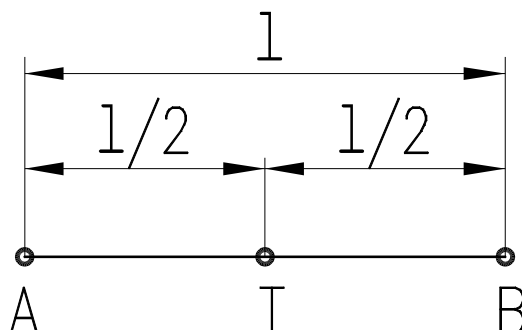
Definice: Těžištěm tělesa nazýváme bod, kterým stále prochází výslednice tíhových sil všech hmotných bodů tělesa, ať těleso natáčíme jakkoliv.



Má-li těleso rovinu nebo osu symetrie, leží na ní i těžiště. Určujeme těžiště čar, ploch a těles.

## Těžiště čar

Využíváme poznatku, že těžiště úsečky je uprostřed.

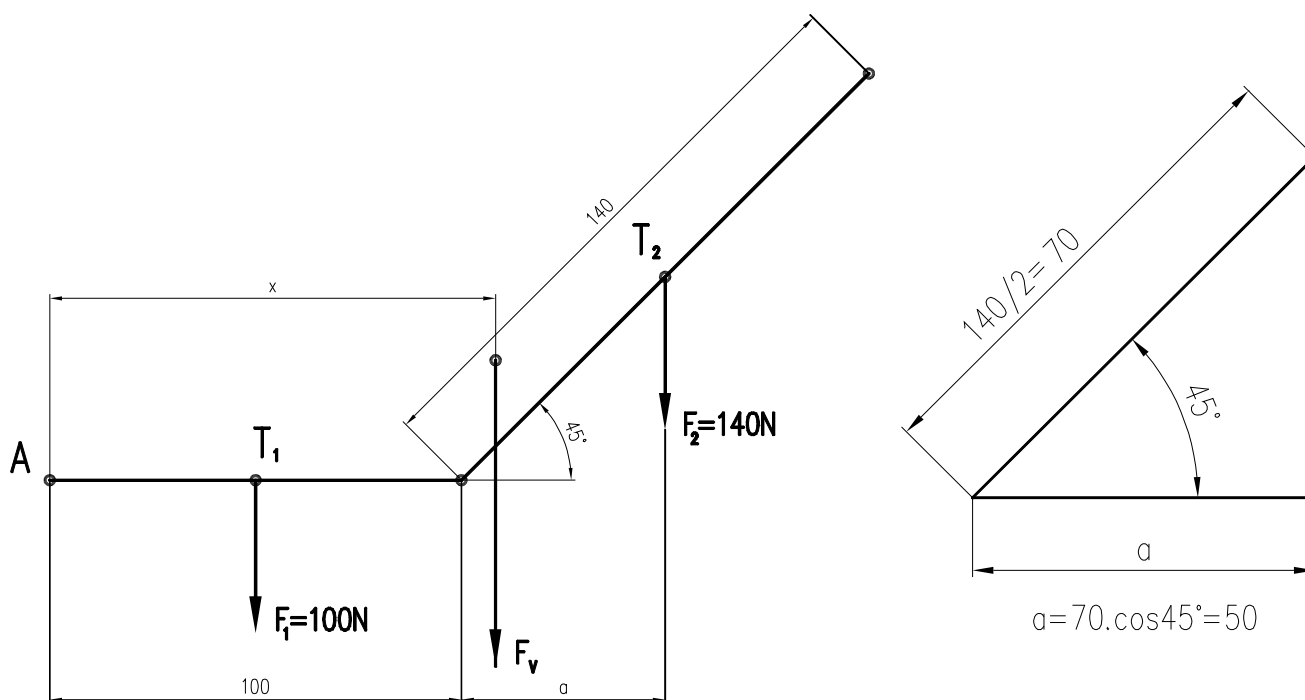


Uvažujeme stále stejný průřez čáry (tyče), pak nám postačí uvažovat pouze její délku.

Postup:

- Čáru rozdělíme na úsečky, případně kruhové oblouky.
- Do těžiště jednotlivých částí zavedeme sílu úměrnou tíze, tedy i jejich délce.
- Určíme výslednici těchto sil.
- Body 2 až 3 opakujeme pro kolmý směr.
- V průsečíku výslednic leží těžiště.

**Př.:** Určete těžiště tyče a jeho vzdálenost od bodu A.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

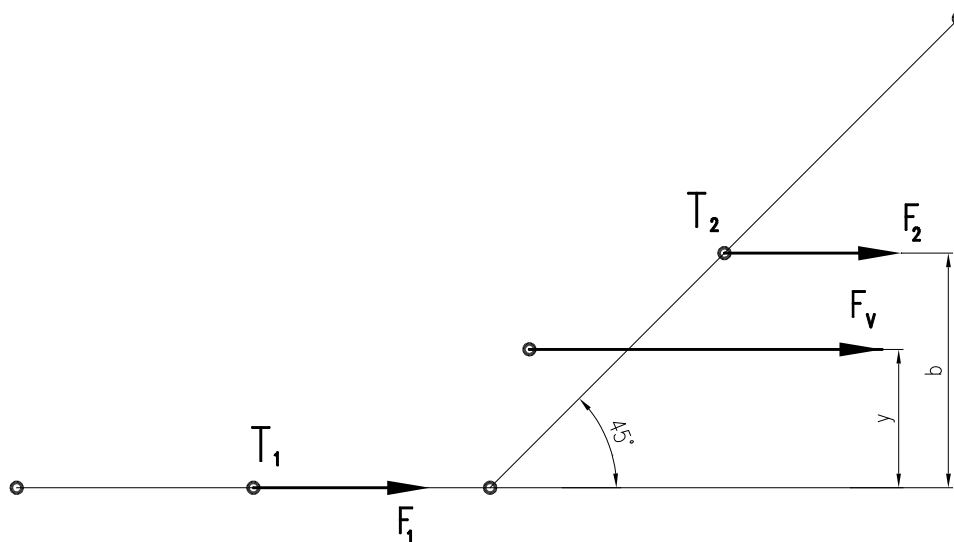
Výslednice:  $F_V = F_1 + F_2 = 100 + 140 = 240 \text{ N}$

Polohu  $F_V$  určíme z momentové rovnováhy k bodu A.

$$F_V \cdot x = F_1 \cdot 50 + F_2 \cdot 150 \Rightarrow$$

$$x = \frac{100 \cdot 50 + 140 \cdot 150}{240} = 108,3 \text{ mm}$$

Totéž pro směr  $y$ :



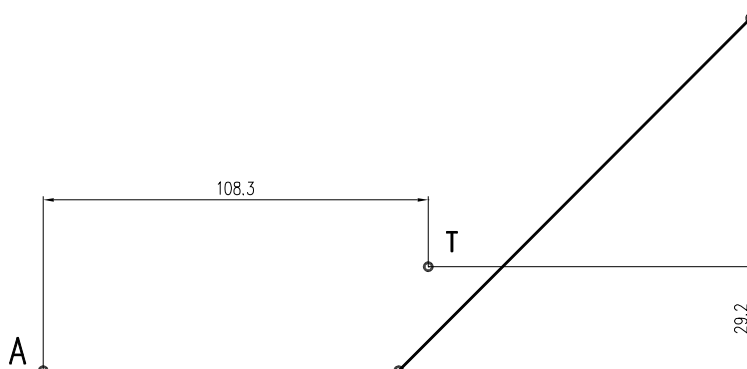
$$b = 70 \cdot \sin 45^\circ = 50 \text{ mm}$$

$$F_V = 240 \text{ N}$$

Moment k bodu A:

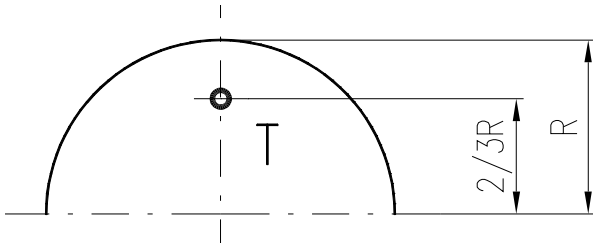
$$F_V \cdot y = F_1 \cdot 0 + F_2 \cdot b \Rightarrow y = \frac{F_2 \cdot b}{F_V} = \frac{140 \cdot 50}{240} = 29,2 \text{ mm}$$

Výsledek:

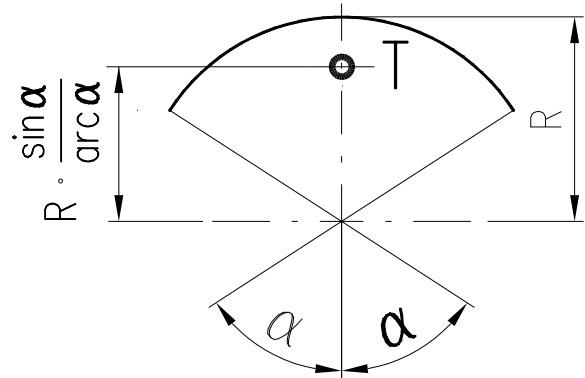


## Těžiště částí kružnice

Půlkružnice.



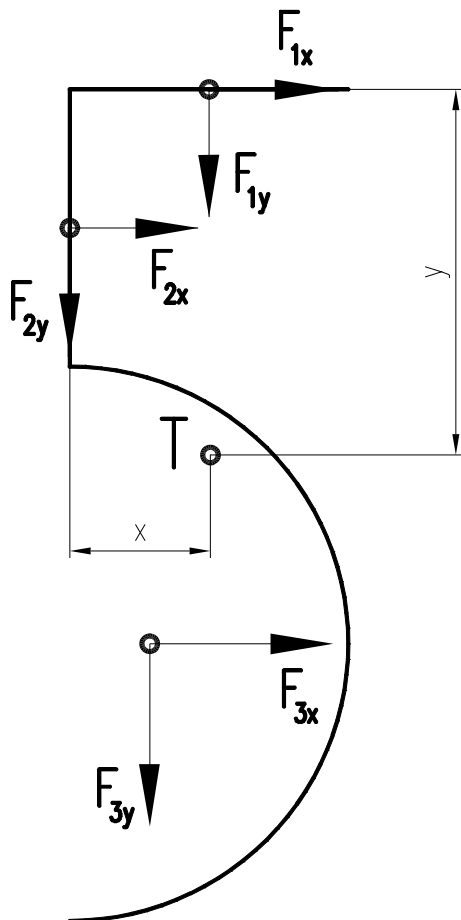
Kruhový oblouk  
(pouze čára, ne plocha).



arc  $\alpha$  je úhel  $\alpha$  v radiánech

$$\text{arc } \alpha = \frac{\pi}{180} \cdot \alpha^\circ$$

Př.:  $l_1 = 100 \text{ mm}$ ,  $l_2 = 100 \text{ mm}$ ,  $r = 100 \text{ mm}$ .



$$F_1 = 100 \text{ N}$$

$$F_2 = 100 \text{ N}$$

$$F_3 = \pi \cdot r \cong 314 \text{ N}$$

$$F_v = F_1 + F_2 + F_3 = 100 + 100 + 314 = 514 \text{ N}$$

$$\text{Směr } x: F_v \cdot x = F_{1y} \cdot 50 + F_{2y} \cdot 0 + F_{3y} \cdot \frac{2}{3} \cdot 100$$

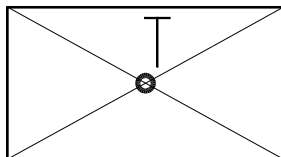
$$x = \frac{100 \cdot 50 + 314 \cdot \frac{200}{3}}{514} = 50,5 \text{ mm}$$

$$\text{Směr } y: F_v \cdot y = F_{1x} \cdot 0 + F_{2x} \cdot 50 + F_{3x} \cdot 200$$

$$y = \frac{100 \cdot 50 + 314 \cdot 200}{514} = 131,9 \text{ mm}$$

## Těžiště ploch

Využíváme poznatku, že obdélník má těžiště v průsečíku úhlopříček.



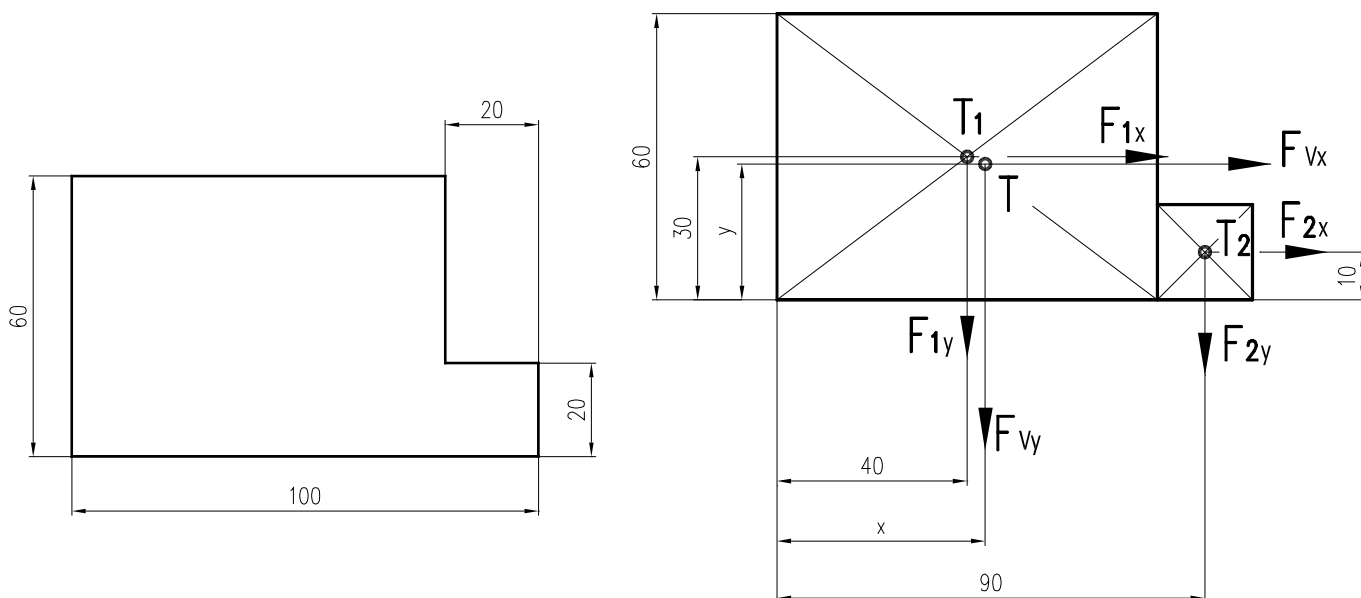
Součást tedy rozdělíme na obdélníky nebo na plochy, kde těžiště umíme určit.



Uvažujeme stálou tloušťku materiálu (plochy), proto mohu pracovat pouze s obsahem plochy.

- Plochu rozdělíme na části, kde těžiště umíme určit.
- Do těžiště jednotlivých částí zavedeme sílu úměrnou jejich obsahu.
- Určíme výslednici těchto sil.
- Body 2 a 3 opakujeme pro druhý směr.

**Př.:** Určete těžiště:



$$F_1 = 60 \cdot 80 = 4.800 \text{ N}$$

$$F_2 = 20 \cdot 20 = 400 \text{ N}$$

$$F_v = F_1 + F_2 = 4.800 + 400 = 5.200 \text{ N}$$

$M_A:$ 

$$F_{Vy} \cdot x = F_{1y} \cdot 40 + F_{2y} \cdot 90$$
$$x = \frac{4.800 \cdot 40 + 400 \cdot 90}{5.200} = 43,8 \text{ mm}$$

$$F_{Vx} \cdot y = F_{1x} \cdot 30 + F_{2x} \cdot 10$$
$$y = \frac{4.800 \cdot 30 + 400 \cdot 10}{5.200} = 28,5 \text{ m}$$

## Seznam použité literatury

- SALABA S. – MATĚNA A.: *MECHANIKA I – STATIKA pro SPŠ strojnické*. Praha: SNTL, 1977.
- MRŇÁK L. – DRDLA A.: *MECHANIKA – Pružnost a pevnost pro střední průmyslové školy strojnické*. Praha: SNTL, 1977.
- TUREK, I., SKALA, O., HALUŠKA J.: *MECHANIKA – Sběrka úloh*. Praha: SNTL, 1982.
- LEINVEBER, J. – VÁVRA, P.: *Strojnické tabulky*. 5. doplněné vydání. Praha: Albra, 2011. ISBN 80-7361-033-7.