evropský sociální fond v ČR | EVROPSKÁ UNIE | MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY | OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Název a adresa školy:	Střední škola průmyslová a umělecká, Opava, příspěvková organizace, Praskova 399/8, Opava, 746 01
Název operačního programu:	OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost, oblast podpory 1.5
Registrační číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0129
Název projektu	SŠPU Opava – učebna IT
Typ šablony klíčové aktivity:	III/2 Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (20 vzdělávacích materiálů)
Název sady vzdělávacích materiálů:	**Automatizace IV**
Popis sady vzdělávacích materiálů:	Automatizace IV, 4. ročník
Sada číslo:	**E–15**
Pořadové číslo vzdělávacího materiálu:	**07**
Označení vzdělávacího materiálu: (pro záznam v třídní knize)	VY_32_INOVACE_E–15–07
Název vzdělávacího materiálu:	**Booleova algebra**
Zhotoveno ve školním roce:	2011/2012
Jméno zhotovitele:	Ing. Jiří Miekisch

Booleova algebra

George Boole byl významným anglickým matematikem, který žil v první polovině devatenáctého století. Zabýval se zejména logikou a jejím zjednodušením na jednoduchou algebru dvou stavů neboli logických úrovní. Protože do matematiky tuto logiku zavedl, byla po něm algebra logiky později pojmenována jako booleovská. V číslicové technice rozeznáváme pouze dva stavy, které označujeme jako 0 a 1, u logických obvodů často jako L a H (z anglických slov low – nízká úroveň a high – vysoká úroveň). Tím vyjadřujeme skutečnost, že log. 0 je obvykle reprezentována nižší napěťovou úrovní nežli log. 1. Boole se zabýval přiřazováním hodnot 0 a 1 různým kombinacím nul a jedniček, které představují různé vstupní logické stavy. Taková přiřazení označujeme jako booleovské funkce. Booleova algebra je pak soustava pravidel pro zápis a vyhodnocování logických vztahů.

Booleova je tedy dvouhodnotová logická algebra, která používá pro popis všech logických funkcí tyto tři základní funkce:

- Negace.
- Logický součet
- Logický součin.

Zákony a pravidla Booleovy algebry

Booleova algebra je důležitý pomocník, který slouží k minimalizaci logických funkcí pomocí zákonů a pravidel. Ne vždy se nám podaří řešit úkol, kde se objevuje nějaká jednoduchá funkce. Jakmile se vyskytne složitější funkce, je lepší ji minimalizovat pomocí Booleovy algebry. Booleovou algebrou, jakožto jednoduchým a přesným prostředkem, popisujeme logické obvody a navrhujeme je, když známe vstupní logickou funkci.

- Zákon komutativní $a + b = b + a$ $a \times b = b \times a$
- Zákon asociativní $a + (b + c) = (b + a) + c$
- Zákon distributivní $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ $a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$
- Zákon idempotentní $a + a = a$ $a + 0 = a$ $a + 1 = 1$

  $a \times a = a$ $a \times 0 = 0$ $a \times 1 = a$
- Zákon doplňku $a + a = 1$ $a \times a = 0$
- Zákon involuce $a = \overline{\overline{a}}$
- Zákon absorpce $a \times (a + b) = a$ $a + (a \times b) = a$
- Zákon absorpce negace $a + (\bar{a} \times b) = a + b$ $\bar{a} \times (a + b) = \bar{a} \times b$
- Zákon de Morganův $\overline{a + b} = \bar{a} \times \bar{b}$ $\overline{a \times b} = \bar{a} + \bar{b}$

Způsoby vyjadřování logických funkcí

Pro vyjádření pravdivostních hodnot logických funkcí existuje několik metod. Logickou funkcí můžeme vyjádřit rovnicí, pravdivostní tabulkou stavů nebo Karnaughovou mapou.

a. Rovnicí: **led = a × b × c**

Komentář: Proměnná led bude ve stavu log 1, když bude proměnná a a zároveň proměnná b a zároveň proměnná c ve stavu log 1.

b. Pravdivostní tabulkou

Pravdivostní tabulka je grafické znázornění všech kombinací vstupních proměnných. V levých sloupcích jsou vstupní proměnné a od počtu proměnných se odvíjí počet řádků podle pravidla 2^N, kde N je počet proměnných.

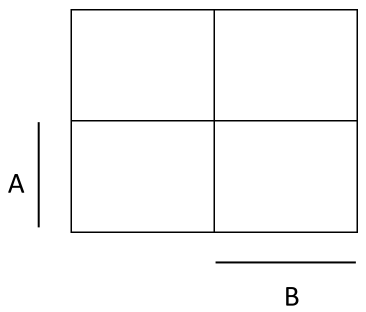
Zde vidíme příklad tabulky stavů pro dvě proměnné, proto má tabulka čtyři řádky. Ve třetím a čtvrtém sloupci se realizují požadované logické funkce.

a	b	a + b	a × b
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

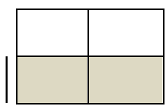
Karnaughova mapa

Karnaughova mapa je grafický zápis pravdivostní tabulky, kde každému řádku odpovídá určité políčko. Mapa má proto celkem 2^N políček, kde N je počet vstupných proměnných. O každém políčku mapy můžeme říci, či patří její proměnné nebo do její negace. Karnaughovu mapu můžeme velmi výhodně využit pro zjednodušování logických výrazů, nejčastěji obvykle maximálně pro čtyři proměnné. Při zjednodušovaní se snažíme hledat v tabulce logicky svázané dvojice nebo čtveřice.

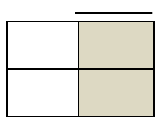
Mapa pro dvě logické proměnné:



Pole, které nabývají logické hodnoty Log1 označujeme pruhem:

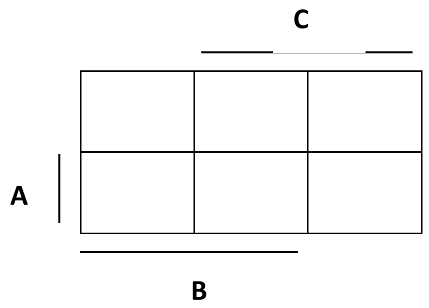


Zde je zdůrazněna část tabulky, kde proměnná A hodnoty Log1.

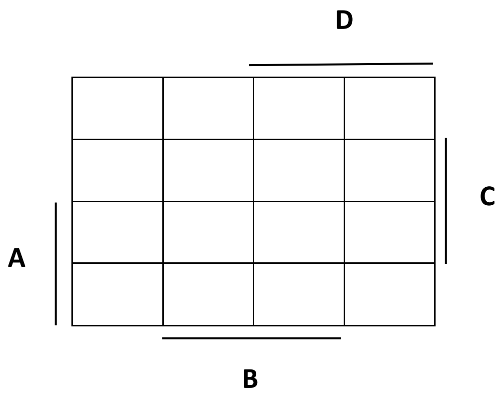


Zde je zdůrazněna část tabulky, kde proměnná B hodnoty Log1.

Mapa pro tři logické proměnné:



Mapa pro čtyři logické proměnné:



Otázky a úkoly pro zopakování učiva

1. Co je Booleoava algebra?
2. K čemu slouží Booleova algebra?
3. Popište princip Karnaughovy mapy.

Seznam použité literatury

- FRIŠTACKÝ, N., KOLESÁR, M., KOLENIČKA, J., HLAVATÝ, J.: *Logické systémy.* Bratislava: Alfa, 1986, 591 s. ISBN 80-05-00414-1.